

E1-08 「第四學習階段數學素養長期追蹤」

表現描述與範例題

2020.11.30

一、簡介

TASAL 第四學習階段數學素養長期追蹤藉由表現水準來描述學生使用數學解決情境問題的能力。使用數學解決情境問題的歷程可以簡要的拆解成下列三個步驟(OECD, 2018, p20)：

1. 形成：辨識和確認情境中使用數學的機會，並根據情境中的問題，將情境問題轉化為具數學結構的問題
2. 運用：應用數學概念、事實、程序和推理解決數學問題、獲得數學結果
3. 詮釋與評估：反思數學的解/結果/結論，解釋它們在實際問題中的意涵及其合理性和/或實用性

依據問題的複雜度，利用數學解決問題時，可能僅使用其中 1 個步驟，也可能同時使用 2 或 3 個步驟，或重複循環這些步驟才能解決問題。根據本研究分析結果，第四學習階段學生在使用數學解決情境問題時，所展現的能力可以分成 4 個水準，每個水準的學生展現不同層次的「形成」、「運用」、「詮釋與評估」能力。從水準 M1~水準 M4，層級愈高，表現能力愈強。表 1 為不同水準學生在解決問題時所具備的形成、運用、詮釋與評估的表現描述。

表 1 數學素養各表現水準摘要描述

表現 水準	分數	表現描述		
		形成	運用	詮釋與評估
M4	625 以上	能應用各式的數學知識，處理多元且複雜的資訊，轉換真實生活中的各式表徵，發展數學分析模式[1]。 能辨識有用且相關的資訊、選擇適合資料的呈現方式、建構正確的代數運算式與算則[2]、並能發展多步驟的策略。	能在根據問題所需，應用各式的數學知識與程序性技能。 能規劃、執行及應用不同的數學事實、規則、結構和算則，進行一連串或多步驟的解題、推論。 能以結構良好的數學論證方式推理、論證或支持自己的推論結果[6]。	具洞察力與推理能力，能分析多元且複雜的資訊，並提出完整的解釋與說明。 能運用數學思維對不同事物進行評估比較，或建立合適的模式進行預測[10]。 能反思數學結果、評估數學結果在真實情境的合理性，作為調整或應用數學結果的依據。

表現 水準	分數	表現描述		
		形成	運用	詮釋與評估
M3	624 至 550	能應用習得的數學知識，辨識有用的資訊。能將文字、圖形、表格資訊轉換成數學表徵，發展多步驟的推理，建立計算程序[3]。	能在熟悉的問題情境中，應用各式的數學知識與程序性技能。在定義良好與明確的條件限制下，能有系統的應用數學事實、規則、結構和算則，進行多步驟的解題[7、8]。	能結合情境中的不同資訊，並提出合理的解釋與說明。能在二種不同條件限制下進行比較、說明數學結果的合理性，或在明確的條件限制下，思考並調整題解決問題程序。
M2	549 至 475	能將的文字描述、圖表資訊轉換成數學式或關係式[4]。能結合習得的公式與算則，建立計算程序。	能使用習得的數學事實、規則和算則，進行例行性解題[9]。	能解釋、說明問題的特徵，並進行 1~2 步驟的推論。能進行簡單的圖形或表格的數據說明和比較。
M1	474 至 400	能在清楚定義且訊息明確呈現的問題中，辨識或使用給定的公式或規則[5]。	能依據明確的指示執行例行性的程序或解題。	能解釋給定的數據所代表的明確資訊，能利用簡單的數量關係描述給定的資料特徵[11]。

註：[1]-[11]表現描述對應的範例題的超連結代號。

本次公告的試題包括：換季折扣、365 存錢法、藥物代謝 3 個題組，其中藥物代謝有 3 個子題；換季折扣與 365 存錢法有 4 個子題。表 2 列出本次公告的試題題組中各子題所屬的表現水準與 TASAL 量尺分數。這 3 個題組若以試題內容的情境、涉及的領域或議題來區分，換季折扣與 365 存錢法屬於個人情境，與生涯規劃教育議題相關；藥物代謝屬於科學情境，與安全教育議題相關。

這些試題都是題組題。題組題利用不同層次的提問，完整評估學生解決問題的各項能力。每個題組的問題 1 著重在學生能否理解問題中的數學知識或發現數學問題，故問題 1 多數是屬於「形成」的問題或偏重評量「形成」能力的問題。第 2 子題之後的問題，則是著重在評量「運用」與「詮釋與評估」能力，其中有部分試題單純評估「運用」或「詮釋與評估」能力；有部分試題則需要先轉換真實問題形成數學形式後，才能進行「運用」與「詮釋與評估」能力，這類型的問題會比較難，因為在解題時同時需要「形成」的能力。所以第 2 子題之後的試題，難度通常比較高。

以換季折扣為例，學生首先需要理解單一價規則表的優惠方式，因此，問題 1 偏重評量學生的「形成」能力。問題 2 與評量學生「運用」的能力，需要根據問題中的說明，比較四折與單一價規則表的優惠方式，並計算出哪一種方式比較優惠。學生除了理解單一價規則表的優惠方式，同時需要理解打折的計算方式，並進行比較。問題 3 同樣是偏重評量學生的「運用」能力，學生要能估算每一種單一價規則表的優惠幅度，要能有系統的應用數學算則，進行計算或得結果。問題 4 的評量內容同時評量「形成」與「運用」能力，但偏重學生的「詮釋與評估」能力，學生必需利用單一價對照表的資訊進行合理的推論，訂出原價為 12,000 元優惠後的單一價。學生需要利用原本對照表中的資訊或對應關係，推算出折扣方式。學生要能辨識有用且相關的資訊，發展數學分析模式，且能規劃、執行及應用數學規則，展現洞察力與推理能力，分析多元且複雜的資訊，提出完整的解釋與說明。

表 2 數學素養各表現水準範例題一覽表

表現水準	分數	題組名稱與題號
M4	625 以上	藥物代謝：問題 3 365 存錢法：問題 4 換季折扣：問題 4 365 存錢法：問題 2
M3	550 至 624	藥物代謝：問題 2 換季折扣：問題 2 換季折扣：問題 3
M2	475 至 549	365 存錢法：問題 3 365 存錢法：問題 1
M1	400 至 474	換季折扣：問題 1 藥物代謝：問題 1

二、素養導向範例題組

(一) 換季折扣

百貨公司正在進行秋冬換季特賣會。

女裝服飾部推出單一價規則表的優惠方案，優惠方式下表：



全面換季 單一價	
定價	單一價
3480 以下	1380
3500 ~ 3880	1580
3900 ~ 4480	1780
4500 ~ 4880	1980
4900 ~ 5480	2180
5500 ~ 5880	2480
5900 ~ 6880	2680
6900 ~ 7880	3080
7900 ~ 8880	3580
8900 ~ 9880	3980
9900 ~ 10880	4480

設計說明

在日常生活購物時，商家會採用不同的優惠方式，例如打折、第二件半價…等。本題組選用另一種常見的單一價對照表的優惠活動，評量學生是否能應用不同的數學知識與推理能力來解決問題。首先是評量學生是否能理解日常生活中的對應關係與規則，能理解對照表的使用方式。接著，面對單一價對照表的優惠活動，能否計算優惠後的折扣？因為在單一價對照表的優惠活動中的折扣數並不明顯，因此很容易讓消費者在購買前先進行盤算，到底買什麼範圍的衣服，可以獲得什麼樣的折扣，故藉此評量學生在購物情境中辨識有用的資訊、有系統的應用數學算則進行計算並獲得結果的能力。最後，利用百貨公司推出定價超過對照表範圍的商品，評量學生辨識有用資訊、發展數學分析模式…等重要的數學推理能力，讓學生說明如何訂定衣服單一價的問題。此外，購物時最重要的就是「比價」，因此題組中穿插了一題比較不同優惠方式的試題，評量學生比較不同折扣優惠的能力。

換季折扣：問題 1

請依照規則表來判斷下列各個敘述是否正確。

敘述	正確/不正確
原本定價 5000 元的衣服，單一價是 2180 元。	☐ 正確 ☐ 不正確

單一價是 2680 元的衣服，原本定價可能是 6000 元。

☐ 正確 ☐ 不正確

計分

學習內容：F-8-1 一次函數：透過對應關係認識函數（不要出現 $f(x)$ 的抽象型式）、常數函數（ $y=c$ ）、一次函數（ $y=ax+b$ ）。

學習表現：f-IV-1 理解常數函數和一次函數的意義，能描繪常數函數和一次函數的圖形，並能運用到日常生活的情境解決問題。

d-IV-1 理解常用統計圖表，並能運用簡單統計量分析資料的特性及使用統計軟體的資訊表徵，與人溝通。

題型：多重是非題

難度：M1

滿分

代碼 1：依序為「正確」、「正確」。二者都對才給分。

零分

代碼 0：其他答案。

代碼 0X：沒有作答。

說明

學生要能理解對照表的使用方式，即原價介於某特定範圍時，統一採用某一個優惠的單一價，以及從單一價回推到可能的原價範圍的對應方式。這二種規則都要能理解才能答對。學生要能在清楚定義且訊息明確呈現的問題中，辨識並使用給定的規則。

換季折扣：問題 2

小洛想買一件的洋裝，百貨公司和某購物網站上都有販賣，定價都是 2000 元。

購物網站上的優惠方式是定價打四五折。

請問小洛在哪裡買會比較划算？請說明你的理由。

計分

學習內容：N-5-10 解題：比率與應用。整數相除的應用。含「百分率」、「折」、「成」。

F-8-1 一次函數：透過對應關係認識函數（不要出現 $f(x)$ 的抽象型式）、常數函數（ $y=c$ ）、一次函數（ $y=ax+b$ ）。

學習表現：f-IV-1 理解常數函數和一次函數的意義，能描繪常數函數和一次函數的圖形，並能運用到日常生活的情境解決問題。

題型：建構反應題

難度：3M

滿分

代碼	評分規準	作答實例
1	正確算出購物網站與百貨公司優惠後的價錢並進行比較。	● 在百貨公司買的價格為 1380 元，購物網站的價格則是 900 元。購物網站比較划算。 ● $2000 \times 0.45 < 1380$

零分

代碼	評分規準	作答實例
0	其他答案。	● 3480 以下定價的洋裝單一價 1380 百貨公司比較便宜。
0X	沒有作答	

說明

本題比較「打折」與「單一價對照表」兩優惠活動的差異。學生要能正確計算出 2000 元商品，在四五折的優惠方案與單一價對照表的優惠活動折扣後，比較哪一種比較便宜？學生要能在熟悉的購物情境中，將文字、圖表資訊轉換成數學表徵，建立計算程序，並應用數學算則進行計算與比較，說明自己的推論結果。

換季折扣：問題 3

請問百貨公司定價高於 3500 元的女裝服飾，折扣大約是幾折？

- (A) 三折
- (B) 四折
- (C) 五折
- (D) 五五折

計分

學習內容：N-5-11 解題：對小數取概數。具體生活情境。四捨五入法。知道商除不盡的處理。理解近似的意義。

F-8-1 一次函數：透過對應關係認識函數（不要出現 $f(x)$ 的抽象型式）、常數函數（ $y = c$ ）、一次函數（ $y = ax + b$ ）。

學習表現：n-III-8 理解以四捨五入取概數，並進行合理估算。

f-IV-1 理解常數函數和一次函數的意義，能描繪常數函數和一次函數的圖形，並能運用到日常生活的情境解決問題。

題型：選擇題

難度：M3

滿分

代碼 1：(B)

零分

代碼 0：其他答案。

代碼 0X：沒有作答。

說明

除了定價低於 3480 元的衣服外，其餘的不同原價的最高與最低價換成單一價的平均大約都是四折。學生要能在熟悉的購物情境中辨識有用的資訊，並有系統的應用數學算則，進行計算獲得結果。

換季折扣：問題 4

如果百貨公司想販售定價 12000 元的女裝服飾，它的單一價應該要訂為多少錢？請說明你的理由。

學習內容：F-8-1 一次函數：透過對應關係認識函數（不要出現 $f(x)$ 的抽象型式）、常數函數（ $y=c$ ）、一次函數（ $y=ax+b$ ）。

F-8-2 一次函數的圖形：常數函數的圖形；一次函數的圖形。

學習表現：f-IV-1 理解常數函數和一次函數的意義，能描繪常數函數和一次函數的圖形，並能運用到日常生活的情境解決問題。

題型：建構反應題

難度：M4

滿分

代碼	評分規準			作答實例
1	利用合理的規律，計算出定價 12000 元衣服的優惠價，範圍介於 4674 元~5477 元。 例如：使用表格中的規則計算，例如定價每增加 1000 元，單一價增加 400/500 元，得到單一價 5380 元或 5480 元。或使用三九折~四六折的折扣計算售價。			● 9900~10880 4480
				10900~11880 4880
				11900~12880 5380
				11900<12000<12880 5380
				● 10900~12880
	定價	單一價	折數	4480+500+500=5480 元
	3500~3880	1580	45%~41%	
	3900~4480	1780	46%~40%	
	4500~4880	1980	44%~41%	

	4900~5480	2180	44%~40%	
	5500~5880	2480	45%~42%	
	5900~6880	2680	45%~39%	
	6900~7880	3080	45%~39%	
	7900~8880	3580	45%~40%	
	8900~9880	3980	45%~40%	
	9900~10880	4480	45%~41%	

零分

代碼	評分規準	作答實例
0	其他答案。	● 不知道 ● 4580 [只有寫售價沒有理由，且價錢也不再範圍之內]
0X	沒有作答	

說明

定價 12000 元的女裝超過原本的單一價對照表的範圍，因此學生必需利用單一價對照表的資訊進行合理的推論，訂出原價為 12,000 元優惠後的單一價。學生需要利用原本對照表中的資訊或對應關係，推算出折扣方式，例如：三九折~四六折的折扣計算售價，或利用表格中的規則計算，例如定價每增加 1000 元，單一價增加 400/500 元，得到單一價。學生要能辨識有用且相關的資訊，發展數學分析模式，且能規劃、執行及應用數學規則，展現洞察力與推理能力，分析多元且複雜的資訊，提出完整的解釋與說明。

(二) 365 存錢法

最近網路上熱議的「365 存錢法」非常簡單，就是在開始存錢的第 1 天存 1 元，第 2 天存 2 元，第 3 天存 3 元.....，依此類推，第 365 天存入 365 元。

下表為「365 存錢法」前四週的存錢計畫。

365 存錢計畫							
週次	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
一	1 元	2 元	3 元	4 元	5 元	6 元	7 元
二	8 元	9 元	10 元	11 元	12 元	13 元	14 元
三	15 元	16 元	17 元	18 元	19 元	20 元	21 元
四	22 元	23 元	24 元	25 元	26 元	27 元	28 元

設計說明

本題組以貼近學生生活的「存錢」為情境，評量學生對等差數列的理解與應用。存錢的方式有很多種，「365 存錢法」是近期網路上很多人在討論的一種存錢法。「365 存錢法」的存錢方式是：第 1 天存 1 元，第 2 天存 2 元，第 3 天存 3 元...，依此類推，第 365 天存入 365 元。此存錢方式每日存入的金額，其實就是數學中的等差數列。它是首項為 1、公差為 1 的等差數列。因此要計算利用「365 存錢法」存滿 1 年（365 天）的總金額時，很自然的就會利用到等差級數和的數學概念。另外，由於「365 存錢法」在執行時比較麻煩，因為每天都要存入一定的金額。因此如果改為一週存一次的「52 週存錢計畫」，執行上會比較方便，但調整成「52 週存錢計畫」時，又該如何進行存錢計畫？其背後的原理還是等差數列，只要從原本「365 存錢法」形成的等差數列，稍為調整後即可獲得。然而，「52 週存錢計畫」在前幾週要存入的金額雖然看起來很少，但到接近年底時，每週要存入金額會越來越多，經常會發生一開始存錢時很輕鬆，但到後面卻很難達成的窘境。本題組最後一小題便是在討論此議題，如果週零用錢固定是 1000 元，能否完成「52 週存錢計畫」？或是自第幾週開始，零用錢就無法支付的存錢計畫？

365 存錢法：問題 1

依照上述「365 存錢法」，請判斷下列敘述是否正確？

敘述	正確/不正確
在第 55 天存入的金額會比第 54 天存入的金額多 1 元。	☐ 正確 ☐ 不正確
存到第 100 天的總金額會比存到第 99 天的總金額多 1 元。	☐ 正確 ☐ 不正確

計分

學習內容：

N-8-4 等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。

學習表現：

n-IV-8 理解等差級數的求和公式，並能運用到日常生活的情境解決問題。

題型：多重是非題

難度：M2

滿分

代碼 1：依序為「正確」、「不正確」。兩個都對才給分。

零分

代碼 0：其他答案。

代碼 0X：沒有作答。

說明

本題以多重是非題的形式評量學生是否理解在題幹中敘述的 365 存錢法。在題幹中，有「365 存錢法」的敘述包括一段文字說明以及一張「365 存錢法」前四週需要存入金額的表格。學生可以利用文字或表格來理解 356 存錢法，瞭解第 1 天存入 1 元，之後每天存入的金額會比前一天存入的金額多一元，使得存入的金額逐漸增加的規律。學生要能理解問題的特徵，並利用簡易的推論獲得結果，才能答對。

365 存錢法：問題 2

若依照「365 存錢法」存錢，存了第 365 天後，總共存了多少錢？

計分

學習內容：

N-8-5 等差級數求和：等差級數求和公式；生活中相關的問題。

學習表現：

n-IV-8 理解等差級數的求和公式，並能運用到日常生活的情境解決問題。

題型：建構反應題

難度：M4

滿分

代碼	評分標準	作答實例
1	正確計算出 66795 或 66795 元。(可接受只寫出	● $365(1+365)/2=365*183=66795$

	正確答案)	● $(1+365) \times 365 \div 2 = 366 \times 365 \div 2 = 183 \times 365 = 66795$
--	-------	---

零分

代碼	評分規準	作答實例
0	其他答案。	● 一共存了 365 元，因為每天都存了 1 元，到第 365 天就有 365 元。 ● $365 \times 360 = 131400$ ● 我真的算不出來 我還沒按到 100 我就忘記我按到多少了
0X	沒有作答	

說明

學生要能將「365 存錢法」轉換成等差數列，並且要能找等差數列的首項(為 1)、公差(為 1)等有用的資訊，建構出等差級數和的數學模式，才能答對。本題有提供計算機，因此重點不在計算，而是能根據問題所需，應用數學知識發展數學分析模式，建構正確的代數運算式。

365 存錢法：問題 3

小明覺得「365 存錢法」每天都要存錢很麻煩，於是想改為每週存一次錢的方法，共存 52 週。如下表，小明已計算出前 4 週需要存入的金額。依照小明的「52 週存錢計畫」，他在第 11 週要存入多少錢？

小明的 52 週存錢計畫								
週次	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日	當週 存錢金額
一	1 元	2 元	3 元	4 元	5 元	6 元	7 元	28 元
二	8 元	9 元	10 元	11 元	12 元	13 元	14 元	77 元
三	15 元	16 元	17 元	18 元	19 元	20 元	21 元	126 元
四	22 元	23 元	24 元	25 元	26 元	27 元	28 元	175 元

計分

學習內容：

N-8-4 等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。

學習表現：

n-IV-7 辨識數列的規律性，以數學符號表徵生活中的數量關係與規律，

認識等差數列與等比數列，並能依首項與公差或公比計算其他各項。

題型：建構反應題

難度：M2

滿分

代碼	評分標準	作答實例
1	正確計算出 518 或 518 元。 (可接受只寫出正確答案)	● $28+10 \times 49=518$ 元 ● 518 元 $1+(11-1)7=71$ $71+72+73+74+75+76+77=518$ ● $77-28=49$ $28+(49 \times 10)=28+490=518$

零分

代碼	評分標準	作答實例
0	其他答案。	● $(2 \times 28+10 \times 49) \times 11 \div 2=3003$
0X	沒有作答	

說明

當存錢方式改為每週存一次的「52 週存錢計畫」時，存錢計畫會變成怎樣？本題在提供了「52 週存錢計畫」前四週的存入金額表，並詢問第 11 週要存入多少錢？學生要能根據提供的表格，理解每週存入的金額即 7 天的累積數量，而每週存入的錢額也是一種等差數列。此數列的首項為 28，公差為 49。因此，利用等差數列和的算則，便能計算出第 11 週所需要存入的金額。另一方面，學生也可以從前 4 週的存錢計畫表格找出規律後，逐次累加，計算出第 11 週所需要存入的金額。本題需要將圖表資訊轉換成數學式，並應用習得的數學事實、規則和算則進行解題。

365 存錢法：問題 4

小明每週的零用錢是 1000 元，若依照他的「52 週存錢計畫」，請問從哪一週開始他每週的零用錢無法支付當週存入的金額？請說明你的理由。

小明的 52 週存錢計畫								
週次	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日	當週 存錢金額
一	1 元	2 元	3 元	4 元	5 元	6 元	7 元	28 元
二	8 元	9 元	10 元	11 元	12 元	13 元	14 元	77 元

三	15 元	16 元	17 元	18 元	19 元	20 元	21 元	126 元
四	22 元	23 元	24 元	25 元	26 元	27 元	28 元	175 元

計分

學習內容：

A-7-8 一元一次不等式的解與應用：單一的一元一次不等式的解；在數線上標示解的範圍；應用問題。

N-8-4 等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。

學習表現：

a-IV-3 理解一元一次不等式的意義，並應用於標示數的範圍和其在數線上的圖形，以及使用不等式的數學符號描述情境，與人溝通。

n-IV-7 辨識數列的規律性，以數學符號表徵生活中的數量關係與規律，認識等差數列與等比數列，並能依首項與公差或公比計算其他各項。

題型：建構反應題

難度：M4

滿分

代碼	評分標準	作答實例
1	正確計算出 21 或 21 週。 (可接受只寫出正確答案)	● $1000 - 49n > 0$ $49n > 1000$ $n > 20.41$ $n = 21$ ● 因為每週總金額相差 49 元，所以 $17 \times 49 = 833$ 元，加上第四週的存錢金額是 175 元，$17 + 4 = 21$ 週，所以到第 21 週時就無法支付存錢金額。 ● $28 + 49 \times (x - 1)$ 大於等於 1000, $x = 21$

零分

代碼	評分標準	作答實例
0	其他答案。	● 20 週
0X	沒有作答	

說明

本題首先需要理解題目的目的，並理解「52 週存錢計畫」每週存的金額是一種等差級

數。接著，要再理解並轉化「自第幾週開始，他每週的零用錢就無法支付他的存錢計畫」成數學的不等式，然後，計算等差級數中的哪一項（哪一週）會大於 1000。學生也可以嘗試先計算出數個不同週別要存入的金額，然後以嘗試錯誤法的方式，調整或計畫存入的金額並與 1000 進行比較，獲得答案。不論哪一種做法，學生都需要處理多元的資訊、統整不同的訊息、並能將問題轉化為數學語言，然後發展多步驟的策略，並執行及應用不同的數學事實、規則、結構和算則，以結構良好的數學論證方式推理，建立合適的模式進行預測，才能答對。

(三) 藥物代謝

有些藥物需藉由病患血中藥物濃度監測來調整給藥方式，以發揮最好療效。

維萍經靜脈注射一劑 P 藥物與一劑 Q 藥物後，接受藥物代謝，結果如下表：

時間(小時)	施打一劑後的藥物血中濃度 ($\mu\text{g/ml}$)	
	P 藥物	Q 藥物
0	120	100
1	100	80
2	80	64
3	60	51.2

設計說明

本題組以維萍服用藥物後，並接受血中藥物濃度監測為情境，評量學生對等差數列與等比數列的理解程度，以及應用等差數列，探討某療程的用藥問題。首先在題幹中呈現維萍服用 P 藥物與 Q 藥物後，每小時的血中藥物濃度監測的數據，其中 P 藥物屬零級動力反應藥物，它在血液中的濃度會以等差的方式遞減，Q 藥物屬 1 級動力反應藥物，藥物的代謝速率與血中游離型藥物濃度成正比，即藥物濃度會以等比的方式遞減。第一題評量學生要能從表格中的數據，描述或判斷給定的 P 藥物與 Q 藥物的特徵。接著，在用藥物情境中，藥師通常會跟病人說明多久要吃一次。然而吃不同藥物時，間隔時間也會不同，因為不同藥物有不同的代謝時間，為了維持藥物在血中的有效濃度，每隔一段時間後就要再服用，以維持藥物的療效。最後，是探討一項療程的用藥安全問題。此項療程需要每 6 小時注射一次 P 藥物，共需要注射 3 次，且治療期間 P 藥物需維持在有效治療濃度範圍 20-200 $\mu\text{g/ml}$ 內。根據這些注意事項，推算出醫護人員每次在用藥時，所要使用藥劑量，才能確保療程對維萍有效，且又不會因為藥物量過濃而影響健康。

藥物代謝：問題 1

不同的藥物在人體內，會有不同的代謝反應。

A 類：在相同時間之內，藥物濃度以「等差」遞減。

B 類：在相同時間之內，藥物濃度以「等比」遞減。

根據上表，請判斷 P、Q 藥物在人體內的代謝反應的類別。

敘述	類別
P 藥物的代謝反應屬於哪一類？	☐ A 類 ☐ B 類

Q 藥物的代謝反應屬於哪一類？

☐A 類 ☐B 類

計分

學習內容：N-8-4 等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。

</br>

N-8-6 等比數列：等比數列；給定首項、公比計算等比數列的一般項。

學習表現：n-IV-7 辨識數列的規律性，以數學符號表徵生活中的數量

關係與規律，認識等差數列與等比數列，並能依首項與公差

或公比計算其他各項。

題型：多重是非題

難度：水準 M1

滿分

代碼 1：答案依序為「A 類」、「B 類」，全對才給分。

零分

代碼 0：其他答案。

代碼 0X：沒有作答。

說明

本題以維萍服用藥物後，並接受血中藥物濃度監測為情境，評量學生對等差數列與等比數列的理解程度。在題幹中，呈現維萍服用 P 藥物與 Q 藥物後，每小時的血中藥物濃度監測的數據，其中 P 藥物屬零級動力反應藥物，注射後的藥物濃度為 120，之後以每小時 20 μ g/ml 的量遞減，Q 藥物屬 1 級動力反應藥物，注射後的藥物濃度為 100，之後以每小時 20% 的量遞減。學生要能從表格中的數據，判斷出 P 藥物與 Q 藥物分別屬於哪一種代謝反應的藥物。學生要能描述給定的資料的特徵。

藥物代謝：問題 2

Q 藥物的有效治療的濃度範圍為 25-130 μ g/ml。在注射第一劑 Q 藥物後，若要使 Q 藥物維持在有效治療的濃度範圍內，最晚需要在幾小時後注射第二劑？

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 7

計分

學習內容：

A-7-8 一元一次不等式的解與應用：單一的一元一次不等式的解；在數線上標示解的範圍；應用問題。

N-8-6 等比數列：等比數列；給定首項、公比計算等比數列的一般項。

學習表現：

n-IV-7 辨識數列的規律性，以數學符號表徵生活中的數量關係與規律，認識等差數列與等比數列，並能依首項與公差或公比計算其他各項。

a-IV-3 理解一元一次不等式的意義，並應用於標示數的範圍和其在數線上的圖形，以及使用不等式的數學符號描述情境，與人溝通。

題型：選擇題

難度：M3

滿分

代碼 1：(C)

零分

代碼 0：其他答案。

代碼 0X：沒有作答。

說明

本題討論服用藥物的時間。為維持藥物的療效，血中藥物濃度需要維持在特定的濃度值之上。試題假設 Q 藥物的有效治療的濃度範圍為 25-130 $\mu\text{g/ml}$ 。在注射第一劑 Q 藥物後，若要使 Q 藥物維持在有效治療的濃度範圍內，最晚需要在幾小時後注射第二劑？因此，學生要從表中的數據理解 Q 藥物在血中藥物濃度的變化是以等比數列的方式在遞減。再根據 Q 藥物的有效治療的濃度範圍，計算第幾個小時後 Q 藥物濃度會低於 25 $\mu\text{g/ml}$ ，也就是此等比數列在第幾項後會小於 25，並藉此判斷最晚需要在幾小時後注射第二劑 Q 藥物。學生要能將表格資訊轉換成數學表徵，建立計算程序，並應用數學事實、規則、進行解題、最後以合理的論述方式說明自己的推論。

藥物代謝：問題 3

維萍正在進行的一項治療。她需每 6 小時注射一次 P 藥物，共需要注射 3 次，且治療期間 P 藥物需維持在有效治療濃度範圍 20-200 $\mu\text{g/ml}$ 內。醫師透過上次的監測結果(如上表)調整 P 藥物的劑量，在 3 次施打的劑量都相同的情況下，他可以將施打的劑量調整為原劑量的幾倍？

計分

學習內容：N-8-4 等差數列：等差數列；給定首項、公差計算等差數列的一般項。

學習表現：n-IV-7 辨識數列的規律性，以數學符號表徵生活中的數量關係與規律，認識等差數列與等比數列，並能依首項與公差或公比計算其他各項

題型：建構反應題

難度：M4

滿分

代碼	評分規準	作答實例
1	正確計算出需要調整的倍數，範圍介在 $\frac{7}{6}$ 倍 $\sim\frac{11}{9}$ 倍（或 1.16 $\sim$ 1.2 倍）。	●經過 6 小時後，藥物濃度會下降 $120\mu\text{g/ml}$，所以要將濃度控制在 $20\mu\text{g/ml}$ 以上的話，藥物初始濃度必須達到 $140\mu\text{g/ml}$，是原藥物的 $6/7$ 倍。[前面觀念都對，最後有筆誤] ●1.2

零分

代碼	評分規準	作答實例
0	其他答案。	●不知道 ●無須調整
0X	沒有作答	

說明

學生首先要瞭解維萍對藥物的反應，即她接受 P 藥物注射後，P 藥物在血中的濃度變化狀況（表格資訊），推算出目前藥劑量在多久後會低於 $20\mu\text{g/ml}$ 。然後，再考量增加或減少原本給藥的劑量倍數，找出的調整的方式。本題的答案會是一個範圍，大約在 1.16 倍 $\sim$ 1.2 倍之間，都是可容許的調整方式。要答對本題，學生要能處理多元且複雜的資訊，包含轉換表格資訊、發展數學分析模式，並發展多步驟的策略，以及運用數學思維對不同事物進行評估比較，或建立合適的模式進行預測。

三、參考資料：

OECD. (2018). *PISA 2021 mathematics framework (draft)*. OECD. Retrieved from <https://pisa.irels.ntnu.edu.tw/files/PISA%202021-Mathematics-Framework.pdf>